# Maple による数式処理 2

28 May 2009 谷口　貴志

## 1. Maple の起動

「スタート」/「全てのプログラム」/「専門ソフト」/「Maple 12」/「Maple 12」

Maple による数学の基礎

## 2．整数演算, 実数演算、複素数演算

階乗の計算

**[> 100 !** $\boxed{\textbf{enter↵}}$

により 100 の階乗を計算します。**factorial(100)**でも同じ計算を実行することができる。得られた結果の値が、何桁あるかは、

**[> length(%)** $\boxed{\textbf{enter↵}}$　　ちなみに、結果は **158 桁**

で求めてくれます。ここで、**%**は**直前の結果**を表わす簡略記号。因数分解は、

**[> ifactor(60)** $\boxed{\textbf{enter↵}}$

で求めることができる。

巨大整数の計算　**[> 1000 ! ;　2^100;　sqrt(100!) ;** $\boxed{\textbf{enter↵}}$

他の整数演算用のコマンドは

| | | | |
|---|---|---|---|
| **abs** | 式の絶対値 | 例 | [> fabs(-3+5 *I* ) enter↵　複素数にも使える |
| **factorial** | 整数の階乗計算 | 例 | [> factorial(100) enter↵ |
| **iquo** | 整数の割り算の商 | 例 | [> iquo(25,3) enter↵　の結果は 8 |
| **irem** | 整数の割り算の余り | 例 | [> irem(25,7) enter↵　の結果は 4 |
| **iroot** | 整数の累乗根に近い整数 | 例 | [> iroot(65,3) enter↵　の結果は 4 (X^3～65) |
| **isqrt** | 整数の平方根に近い整数 | 例 | [> isqrt(99) enter↵　の結果は 10 |
| **mod** | 剰余 | 例 | [> mod(100,3) enter↵ の結果は 1 |
| **igcd** | 最大公約数 | 例 | [> igcd(123,45) enter↵　の結果は 3 |
| **isprime** | 素数かどうか | 例 | [> isprime(18002676583) enter↵　の結果は True |
| **ithprime** | *i* 番目の素数 | 例 | [> ithprime(100) enter↵ |

複素数は、アルファベットの *I* を使って表現できる。(*I* は大文字でなければならない)

**[> z1:= 3+2*I*; z2:=1+2*I*; z3:=z1*z2** $\boxed{\textbf{enter↵}}$ **[注] ; を使えば 1 行に複数の命令を実行できる**

**[> a := Re( z3 );　b:= Im( z3 ) ;　c:= abs( z3 )** $\boxed{\textbf{enter↵}}$　**実部、虚部の抽出、絶対値の計算**

**[> A:= 1/2+1/3** $\boxed{\textbf{enter↵}}$　有理数としての計算

**[> evalf(A)** $\boxed{\textbf{enter↵}}$ あるいは、**[>evalf(%)** $\boxed{\textbf{enter↵}}$　A の浮動小数点近似値

**[> evalf(Pi, 100)** $\boxed{\textbf{enter↵}}$ **ちなみに**　例 [> evalf(pi, 100) $\boxed{\text{enter↵}}$ の結果は π

**π の値を 100 桁表示**､小文字 pi は記号 π として扱われるが Pi はevalf によって数値化できる。

**[> sin(Pi/4)** $\boxed{\textbf{enter↵}}$ と **[> sin(pi/4)** $\boxed{\textbf{enter↵}}$ を比べてみる。

**前回の Li さんで起こった問題　（数値を出力してくれない）**

**[> sin(0.75*Pi)** $\boxed{\textbf{enter↵}}$ と **[> evalf( sin(0.75*Pi) )** $\boxed{\textbf{enter↵}}$ を比べてみる。

**3．関数の定義**

**[> f : = (x) -> x^2-2*x** $\boxed{\text{enter↵}}$ x についての関数 f を $f(x)=x^2-2x$ として定義します。

**[> f (3)** $\boxed{\text{enter↵}}$

**[> f (t+1); expand(%)** $\boxed{\text{enter↵}}$

**[> g:=D(f); 関 g(x)として定義，注意 g:=x-> diff(f(x),x) は g(x)として使うことが出来ない**

**[> h:=unapply( (diff(f(x), x ), x) ;** 計算した結果を h(x)の関数として使うことができる。

**[> p:=(x,y) -> x^2+3*x*y+y^3;** $\boxed{\text{enter↵}}$ 二変数関数の定義

**[> diff( p(x,y), x );　diff( p(x,y), y );　x と y についての一階微分**

**[> diff( p(x,y), x, x);　diff( p(x,y), x, y);　diff(p(x,y), y, y);　x と y について 2 階微分**

**[> diff( p(x,y), x$2 ); diff( p(x,y), y$3 );　x についての 2 階微分と y についての 3 階微分**

**4. 行列処理**

**[> with(LinearAlgebra)　線形代数計算パッケージを読み込む**

**[> M1:=Matrix( [ [1,0], [0,1] ] )　2x2 行列 M1 の設定**

**[> M2:=Matrix( [ [1,2], [3,4] ] )　2x2 行列 M2 の設定**

**[> M3:=M1+M2;　M4:= M1-M2;　行列の足し算、引き算**

**[> M5:=M1. M2　行列の積**

**[> M6:=3*M1　行列のスカラー倍**

**[> invM2:=M2^(-1)　行列 M2 の逆行列 ( M^(-1) と MatrixInverse(M2) は同じ意味 )**

**[> M2.invM2;　invM2.M2;　逆行列であることの確認。**

**[> List:=[1,2]　リストの作成**

**[> VR1:=vector(List)　行(Row)ベクトルとして、ベクトル VR1 を作成**

**[> VC1:=Vector(List)　列(Column)ベクトルとして、ベクトル VC1 を作成**

**[> V2:=M2.VC1　V2=M2*VC1 (行列 M2 と列ベクトル VC1 との積)**

**[> Naiseki:=VC1.V2　ベクトルの内積**

**[> VC2:=convert( [1, 2, 3], Vector )　リスト[1,2,3]を列ベクトルに変換**

**[> VR2:=convert( [4, 5, 6], vector )　リスト[4,5,6]を行ベクトルに変換**

**[> VR3:=convert( VC2, vector )　列ベクトルを行ベクトルに変換**

**[> M7:=convert( [ [7,8,9], [0,1,2], [3,4,5] ], Matrix )　3x3 のリストを行列に変換**

**5．数式処理**

**多項式の四則演算、多項式の係数の取り出し coeff( 式，変数名，次数 )**

(前回の続き：多項式の展開 expand，多項式の整理 sort,

[> eq1:=(x^2+1)*(x^3-5*x+2) $\boxed{\text{enter↵}}$

[> eq2:=expand(eq1) $\boxed{\text{enter↵}}$ 多項式の展開

[> eq3:=sort(eq2) $\boxed{\text{enter↵}}$ 多項式の整理

**[> C3:=coeff(eq3, x, 3)** $\boxed{\text{enter↵}}$ **変数 x について多項式 eq3 の x^3 の係数を C3 に代入**

**n 元線形連立方程式**

**[> eq4:=4*x+2*y=4;　eq5:=2*x + 3*y=3;** $\boxed{\text{enter↵}}$ 式の設定

[> solve( {eq4, eq5}, {x, y} );　式として計算　（したがって、係数に虚数があっても OK）

**[> fsolve( {eq4, eq5}, {x, y} );**　実数の数値解を求める。係数に虚数は使えない。

**方程式の根**

**[> eq6:= 2*x^2+1 = 0;　solve( eq6, x );**　enter↲

**[> fsolve(eq6, x ) enter↲**　解が複素数になるために解いてくれない。このような場合は、

**[> fsolve(eq6, x, complex ) enter↲** 解の体を複素数まで拡張すると数値的に解いてくれる。

一般に、5次以上の代数方程式に解の公式は存在しないので、5次以上の方程式では、数値的に解を求めることになる。

**[> sol1:=solve(x^6+2*x^5+3*x^4+4*x^3+5*x^2+6*x+7=0, x)　enter↲**　6次の代数方程式

**[> evalf(sol1) enter↲**　近似解を数値的に求める。

**式の割り算（商と余り）**

**[> p0:= x^3+3*x^2+4*x+2;　p1:=x+1**

**[> S:=quo(p0,p1,x);　　x の関数である p0 を p1 で割った商**

**[> Res:=rem(p0, p1,x);　x の関数である p0 を p1 で割ったあまり**

6．課題

(i) 以下の式の解を求めよ。

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

(ii) 行列 A が次式で与えられている時、

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

次の値

(a) $B = A^4 - 3A^3 - 24A^2 - 18A$ を計算せよ。

(b) $B = A^{20} + E$ を計算せよ。（ただし、$E$ は 3 行 3 列の単位行列）

Hint : (b)を計算する時のヒント $B = A^2 - 5A - 14E$ の値はいくらかを事前に考える。

(cf.ケイリーハミルトンの定理)

Email にて谷口( taniguch@cheme.kyoto-u.ac.jp )に提出すること。

氏名、学生番号も記入すること。

授業内容に対する感想・意見を最終ページに記入してください。